センター数学ＩＡを受講する皆さんへ

このテキストを手にしている皆さんは，志高くここまで勉強を進めてきたと思います。その努力を，**センター数学ＩＡに通用する力に仕上げるために必要なこと**とは？　それをお話する前に，まず皆さんには**「公式とそれを使う技術」**がきちんと身についていますか？ 特に高２までに数学の各分野のさまざまな問題を通じ，皆さんは着実に技術を磨いてきたはずです。もし不足している部分・分野が自覚された時には，スタディサプリ**「高１・高２ スタンダード数学」「高１・高２ ハイレベル数学」**などを利用して，速やかに技術を再び磨いておいてください。

「プロセス」が重視されるべきである数学では，その本当の力をマーク式で判断することは難しいわけですが，そもそもセンター試験の数学は，マーク式でありながらも，問題を解いている間は**記述式の試験と変わりません**。答えにたどり着くまでに頭を働かせ，手を動かし，そして出した答え「だけ」をマークする。その答えだけで判断される。恐ろしいですね…。さらに，問題の意図を理解し，たとえ別の解き方があろうとも**誘導に沿うように**に解き，最後まで正確に計算し，それをマークする。それをたった60分ですべて行うために，**思考・計算両方のスピードと正確性**が必要です。

また，誘導といっても，親切なものばかりではなく，かなり強引な，一般的ではない，問題を成立させるためだけの誘導も存在します。ですから，うまく誘導に乗りながらも，どこかちょっと離れたところから問題を眺める視点や余裕をもっていなければいけないのです。つまりこの誘導によって自分が今「やらされている・やらされようとしている」ことの「意味」いわば「真意」をつかむためには，**国公立２次試験に匹敵するような数学の力や，時にはそれ以上の力が必要**であることはいうまでもありません。

このテキストは，まずはそのために必要な**基礎力を自分で確認**し，さらになかなか自然に養われることのない**「問題のとらえ方」を養成**するための問題が厳選されています。過去問題を中心に作成されていますが，過去問を自分で闇雲にやっても決して得られることのない**「充実感」**と真の実力を自分でつけていくために必要な**「問題に対する考え方」**が満載です。

そして率直に言います。**「この講座だけをやればいい」のではありません**。この講座で身につけたスキルを使って，**真の実力を身につけるための演習を積む**必要があります。そのために**必要な問題集もご紹介**いたします。何も知らない状態で問題集をやるのは，何の準備もしないで闘いに出るようなもの。しかし，この講座を受けた後は，自信を持って進むことができるでしょう。

講が進むたびに，さまざまな「開かずの扉」が音を立てて開くでしょう。必要なのは，磨いてきたはずの**技術**，そしてその技術を活かすべくこの講座をとらえる**謙虚な姿勢**，そして受かりたいという**気持ち**です。もし感動することがあっても，感動したという事実だけでその日を終わらないでください。せっかく開きかけた扉も，時間をたてば自動的に閉まりますよ。**真に感動すべきは，自分で「未知なる道」を切り拓いた時**です。一歩一歩，自分の目指すべき大学を目指して前進しましょう。何かを見失ったとき，忘れた時，私は，指南役としていつもあなたのそばに現れます。

山内　恵介

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

<センター数学ⅠA　目次>

第１講　２次関数
第２講　三角比
第３講　数と式，データの分析，論理と集合
第４講　場合の数・確率
第５講　整数の性質
第６講　平面図形

<講座の受講の仕方>

①　予習について

まずは「CHECK&UP」の問題をノート等に解きましょう。センター試験とはいえ，数学はすべて実際に手を動かして計算しなければいけません。マーク式の答えの形や誘導に頼らずに自力で解けてほしい問題を厳選してあります。解き終えたら「解答」を見て，答えのみならず「解き方」について確認をしておきましょう。

つぎに「講義問題」です。①～③の３問構成です。「CHECK&UP」で確認した知識を元に，まずは何も見ないで問題をノート等に解いてみましょう。特に時間を計る必要はありません。センター試験は時間との戦いですが，その短縮のためには「まずは解けること」が最低条件です。

②　講義について

予習をすることで自分の見るべきポイントが押さえられた状態，これが講義を受ける前に必要な準備です。それができている状態で授業を見て，先生がこの問題を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。問題が掲載されているページは全て見開きの構成となっており，余白（「Note」欄）がふんだんに用意されています。ここには何でも「自由」に書いて残すことができます。「自由」とはどういうことか。 それは，このスペースに画面上の黒板に書かれたことを「書き写すのみ」に留まることは厳禁，ということです。授業時間は限られていますから，先生は全てを黒板に書くことはしていません。よって，授業を聞き，先生が話したことや自分なりに感じ取ったことを記しておくべきなのです。きれいにまとめても誰も見てくれません。あくまで「Note」＝「記録」です。後から見て自分だけがわかる程度でいいのです。

ちなみにここまでの人生で書く速度を速くする努力をしてこなかった人へ。この講座はいつでも止めたり戻ったりできます。もちろん，聞きながら書くという訓練はこれからでも遅くありません。ちなみに止められるからといって「考えすぎ」は逆に厳禁です。あなた方に残され

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

た時間は限られています。勉強は数学だけじゃないでしょう？ 大枠をとらえた上で，細かいところに後からこだわる姿勢も大事です。もちろんそれでも「今日はこれを解決しないと眠れない！」という人…。明日は寝不足で学校に行くことになるかもしれませんが，先生がとことんお付き合いしますよ。そんな日も時にはあっていいのかもしれませんね。

③　復習について　その1

授業で扱ったポイントを頭に描きながら，まずは問題をもう一度解いてみましょう。予習でできた部分はスピードアップを，できなかったところは確かめるようにゆっくりと。一回目の復習は緩急をつけることが大切です．止まってしまった場合は Note 欄を参照してください。それでも忘れてしまった場合はもう一度講義を見直しましょう．そのようにして最後まで解ききったとき，その問題があなたにどんなスキルや考え方を要求したのかを，全体を見回して確認しておきましょう。

そして二回目以降は自分でできる「最高速」で問題を解いてみましょう。必ず一通り通すこと。チャンスは「空き時間」「隙間時間」です。センター数学は1問にかかる時間は多くて20分前後です。一度自分で取り組んだことは，次は確実に速度と正確性が上がります。それを実感することも成長の糧となるでしょう。

④　復習について その2

③が終わったら，新たな問題にチャレンジしたくなるでしょう。「練習問題」が各講3題ずつ用意してあります。講義の問題に関連する問題もあれば，発展的な内容もあります。また問題によって難易度も様々です。解き終えたら，「解答」を見て自分の到達具合をチェックしてみましょう。

以上を確実に繰り返すことにより，必ずやセンター試験の数学ⅠA を攻略するための「確固たる土台」ができあがります。そこからは過去問や後述する問題集で経験を積んでいくだけです。みなさんの日々の努力，期待しています。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

☆センター数学ⅠA 「おすすめの問題集」☆

この講義が終了したら，または同時並行で進めると効果的な書籍を以下に挙げておきます。学校の授業で課せられた課題等とのバランスを見ながら，着々と進めて行きましょう。

ちなみに数学の日々の自主学習において，詳細な解答がないものは全くお勧めできません。答えに行き着く「プロセス」が数学であることは前述した通りです。最後の「答」しかない問題集やプリントではお話になりません。自分で考えれば必ず答えにたどり着く！とおっしゃられる方もおりますが，「各知識の欠如」「時間の制約」「経験不足」「他教科とのバランス」が全く考慮されておらず，「自分ができる（できてきた）ことは他人もできるはず」という無責任な発言とも言えましょう。受験勉強，特に受験が近づいてきている時期に求められるのは，「時間対効果」です。センター対策にはならない場合もありますので注意してください。

さて，そもそも選択式ではないセンター数学においては，まずは記述ができる，すなわち典型的な「解法の流れ」がわかっている状態が望ましいのです。よい道筋を参考に，自分で切り開く時の「道標」とすべく。

そして，いざ練習段階となればより良問が厳選されているセンター試験向けの問題集が望ましいことは言うまでもありません。学校で購入したものや配布されたものに加え，さらなる訓練を積むための良本が存在します。上記したように「流れ」が大切なセンター試験ですから，単問が並ぶだけの「マーク式問題集」は必ずしもセンター試験対策とはなりません。注意してください。

以下に挙げるのは上記の考えに基づいた本です。良問を通じた日々のたゆまぬ訓練，それはセンター試験のみならず私大・２次試験の記述にもつながっていくのです.

【センター試験のための基礎固め】

・「大学入試 短期集中ゼミ センター編 センター数学ⅠA」（実教出版）

定評のある「10 日あればいい」シリーズのセンター編。基礎力定着のための本。
教科書にかかれていない解法のテクニックをうたっていますが，突飛なものではなく
数学の本質に基づく堅実な基礎力がつくでしょう。

【実戦問題集】

・マーク式総合問題集 数学Ⅰ・A　（河合塾シリーズ）

通称「黒本」。過年度の「全統マーク模試（河合塾主催）」の問題を厳選収録。

・大学入試センター試験実戦問題集 数学Ⅰ・A （代々木ライブラリー）

通称「白本」。過年度の「全国センター模試（代ゼミ主催）」の問題を厳選収録。

・大学入試センター試験実戦問題集数学Ⅰ・A （駿台文庫）

通称「青本」。過年度の「駿台全国，駿台・ベネッセマーク模試」の問題を厳選収録。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

・**センター試験実戦模試 Ⅰ・A（Z会出版編集部）**
通称「緑本」。Z会オリジナル模試＋予想模試を掲載。
・**センター試験過去問研究 数学ⅠA　（教学社）**
通称「赤本」。有名な過去問題集のセンター試験版。
センター試験 本試を収録（直近の年度については追試も収録）。

まずはセンターに向けた標準的な力がついているか試したい時は「白本」，センターレベル前後の力を養成したいのであれば「黒本」，センターを（遙かに）越えたレベルの問題で実力をつけたいのであれば「青本」「緑本」がお勧めです。

ちなみにこの色本ですが，大問1～4をすべて通して解く必要はありません。他の科目の勉強と同じように，強化したい「同じ分野の問題」を立て続けにやると必要な知識がどんどん積み重なって効果的でしょう（例えば「2次関数」の問題ばかりを7回分やる，など）。

☆センターの過去問を使った対策について☆

「赤本」などの「センターの過去問」には，講座の復習や色本による十分な練習が終了した後に手をつけることとなるでしょう。さて，2015年からの課程（現行課程）の出題範囲は，それまでのものと大きく変化しています。

【現行課程　(2015年～)】

1 2 3：数学Ⅰ　3問とも必答	4～6：数学A　3問中2問選択
（出題例）	（出題例）
1　2次関数 (20点)	4 場合の数と確率　(20点)
2 [1] 数と式（10点）	5 整数の性質（20点）
[2] 図形と計量（15点）	6 図形の性質（20点）
3 データの分析（15点）	

以下は，旧課程（前課程および前々課程）の出題例および配点です。

【前課程（2006年～2014年)】

1 [1] 数と式・方程式・不等式（10点）
[2] 論理と集合（10点）
2　2次関数（25点）
3 三角比・平面図形（30点）
4 場合の数・確率（25点）

【前々課程（1997年～2005年)】

1 [1]　2次関数（20点）
[2] 場合の数・確率（20点）
2 [1] 整式の除法・論理（20点）
[2] 三角比（20点）
3 数列（20点）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

旧課程の過去問を解く際のポイントとして，以下を考慮した上で問題を解いてください。

・数と式

（前課程）　数と式・方程式・不等式の計算力をベースに，論理と集合の問題をじっくり取り組んでおくとよい。

（前々課程）論理の一部に数学Ⅱの知識が必要となる。

・２次関数

（前課程）　配点が 25 点であるため，現行課程と比べ若干「重い」と感じる問題がある。

（前々課程）斜めの直線との交点（数学Ⅱ）が出題範囲に含まれている。

・図形と計量（三角比）

（前課程）　三角比と平面図形の「融合問題」で配点も高く（30 点），大問全体を通しての練習には向かない。時間を気にせずじっくり取り組み，流れをつかむために利用するとよい。また，「数学ⅠA」ではなく，「数学Ⅰ」の三角比を対策に使うこともできる。

（前々課程）現行課程に近いが，公式の利用だけで解ける問題が見られ，若干「軽い」という印象を受ける。

・場合の数・確率

（前課程）　「期待値」（数学Ⅱ）が問われる年が多い。起こりうる全ての事象の確率を求める練習としてとらえるとよい。その代わりに現行課程では「条件つき確率」が出題される可能性があるので，問題集などで対策をしておくとよい。

（前々課程）小問ごとの「流れ」が薄く，単発の問題が多い。また，誘導が少ない。

現行課程から新たに出題範囲となった「データの分析」については，前課程の「数学Ⅱ・数学B」の選択問題に「統計」として出題されています。しかし，計算量が多めの問題もあるため，これを利用する場合は時間を気にせずまずはじっくり取り組むことで，問題の流れを把握するとよいでしょう。

また，「整数問題」については，過去問を使った対策が難しいため，教科書傍用問題集などを使い，代表的な問題を解く流れを身につけておきましょう。

旧課程の数学の過去問は，現行課程とは似て非なる問題です。旧課程の問題１問１問を，新課程のそれぞれの分野の下地作りとして使うことはできますが，全体を通して 60 分で解いてみる，という使い方はできません。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

最後に，60 分の「時間配分」は，各分野の問題を「解ききる力」がある程度以上ついた人が考えることです。同じ問題を繰り返し解くことで速度が上がり，また「流れ」が身につきます。逆に，一度しか解かなくてよい問題があるとすれば，それは「全く意義が感じられない」かつ「スピードアップが限界を迎えた」「流れが完全に把握できている」問題に限るといってもよいでしょう。そう感じることができる日まで，特に時間的に厳しいと感じる問題を中心に何度も色本や過去問，模試を解き直し，センターの問題の「流れ」を体に覚え込ませましょう。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　２次関数

【CHECK & UP】

1　[1]　(1)　放物線 $y=-x^2+ax+a^2$ の頂点の座標を求めよ．

(2)　放物線 $y=x^2+(6a+2)x+3a+4$ の頂点の座標を求めよ．

(3)　放物線 $y=f(x)=x^2-(4a+2)x+5a^2+7a-2$ の頂点の座標を求めよ．さらに $y=f(x)$ のグラフが x 軸と２点で交わるような定数 a の値の範囲を求めよ．

[2]　(1)　放物線 $y=2x^2-3x+2$ のグラフを x 軸方向に1，y 軸方向に -4 だけ平行移動した放物線の式を求めよ．

(2)　次の二つの２次関数について考える．

$y=ax^2+2ax+a+6\quad(a\neq 0)$　……(A)

$y=x^2+bx+2b-6$　……(B)

(B)のグラフを x 軸方向へ1，y 軸方向へ p 平行移動したところ(A)のグラフに重なった．このとき，定数 a，b，p の値を求めよ．

2　２次関数 $y=ax^2-(5a+2)x+b$ のグラフを C とする．C が点 $(2,\ 1)$ を通るとき，次の問いに答えよ．

(1)　b を a で表せ．

(2)　C の頂点が直線 $y=-x+2$ 上にあるとき，a，b の値を求めよ．

3　a を定数とし，２次関数 $y=2x^2-ax+a-1$ のグラフを C とする．

(1)　C の頂点の座標を求めよ．

(2)　C が x 軸の $-1<x<1$ の部分で異なる２点で交わるための a の値の範囲を求めよ．

4　[1]　２次関数 $y=-x^2+2x+a\quad(0\leqq x\leqq 3)$ の最大値が４であるとき，定数 a の値と，この２次関数の最小値を求めよ．

[2]　２次関数 $y=x^2-ax+1$ の $0\leqq x\leqq 1$ における最大値を M，最小値を m とする．

(1)　M を a で表せ．

(2)　m を a で表せ．

(3)　$0\leqq a\leqq 1$ のとき，$M-m=\dfrac{1}{2}$ となる a の値を求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 [1] (1) 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフを x 軸に関して対称移動し，さらにそれを x 軸方向に -1，y 軸方向に3だけ平行移動したところ

$y=2x^2$

のグラフが得られた．このとき

$a=$ アイ，$b=$ ウ，$c=$ エ

である．

(2) 2次関数 $y=px^2+qx+r$ のグラフの頂点は $(3,\ -8)$ であるとする．このとき

$q=$ オカ p，$r=$ キ $p-$ ク

である．

さらに，$y<0$ となる x の範囲が

$k<x<k+4$

であるとすれば

$k=$ ケ，$p=$ コ

である．

[2] a を実数，b を $3b^2-8b-3\neq 0$ となる実数とする．また，2次関数

$y=-2x^2-4x+a$

$y=(3b^2-8b-3)x^2+5$

の表す放物線をそれぞれ C_1，C_2 とする．

(1) C_1 の頂点の座標は（アイ，$a+$ ウ）である．

(2) C_1 の頂点が C_2 上にあるとする．このとき，

$a=$ エ b^2- オ b

が成り立つ．

さらに，C_1 を x 軸方向に カ だけ平行移動すると，再び頂点は C_2 上にある．

ただし，カ には0でない数を入れよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　[1]　a，b を定数とし，2次関数

$$y=3x^2-ax-a-b$$

のグラフを C とする．グラフ C は直線 $x=\dfrac{a}{\boxed{\text{ア}}}$ を軸とする放物線であり，

グラフ C と x 軸とが異なる二つの共有点をもつのは，

$$b>-\frac{a^2+\boxed{\text{イウ}}\,a}{\boxed{\text{エオ}}}$$

のときである．

以下，グラフ C と x 軸とが異なる二つの共有点をもち，その一つの x 座標が 1 であるとする．このとき，a を用いて b を表すと

$$b=\boxed{\text{カキ}}\,a+\boxed{\text{ク}}$$

である．また，もう一方の共有点の x 座標は $\dfrac{a-\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ であり，これが区間 $-1\leqq x\leqq 0$ に含まれる a の値の範囲は，

$$\boxed{\text{サ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{シ}}$$

である．a がこの範囲にあるとき，グラフ C の頂点の y 座標の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である．

[2]　2次関数

$$y=x^2+2(a-1)x \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフを C とする．C は頂点の座標が

$$(\boxed{\text{ア}}\,a+\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}}\,(a-\boxed{\text{エ}})^2)$$

の放物線である．

2次関数①の $-1\leqq x\leqq 1$ における最小値について考える．最小値が $\boxed{\text{ウ}}\,(a-\boxed{\text{エ}})^2$ となる a の範囲は $\boxed{\text{オ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{カ}}$ である．また，

$a>\boxed{\text{カ}}$ ならば，最小値は $\boxed{\text{キク}}\,a+\boxed{\text{ケ}}$

$a<\boxed{\text{オ}}$ ならば，最小値は $\boxed{\text{コ}}\,a-\boxed{\text{サ}}$

である．この最小値を a の関数と考えたとき，それが最大となるのは $a=\boxed{\text{シ}}$ のときである．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 a，b を実数とし，x の二つの２次関数

$y=3x^2-2x-1$ ……………………①

$y=x^2+2ax+b$ ……………………②

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする．

以下では，G_2 の頂点は G_1 上にあるとする．

このとき

$b=$ [ア] a^2+ [イ] $a-$ [ウ]

であり，G_2 の頂点の座標を a を用いて表すと

$(-a,$ [エ] a^2+2a- [オ] $)$

となる．

(1) G_2 の頂点の y 座標は，$a=\dfrac{\text{[カキ]}}{\text{[ク]}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\text{[ケコ]}}{\text{[サ]}}$ をとる．

$a=\dfrac{\text{[カキ]}}{\text{[ク]}}$ のとき，G_2 の軸は直線 $x=\dfrac{\text{[シ]}}{\text{[ス]}}$ であり，G_2 と x 軸との交点の x 座標は $\dfrac{\text{[セ]}\pm\text{[ソ]}\sqrt{\text{[タ]}}}{\text{[チ]}}$ である．

(2) G_2 が点 $(0,\ 5)$ を通るとき，$a=$ [ツ]，$\dfrac{\text{[テト]}}{\text{[ナ]}}$ である．

$a=$ [ツ] のとき，G_2 を x 軸方向に [ニ]，y 軸方向にも同じく [ニ] だけ平行移動しても頂点は G_1 上にある．ただし，[ニ] は 0 でない数とする．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　２次関数

$\boxed{1}$ a, b を定数とする．x の２次関数

$$y=2x^2+ax+b$$

のグラフを G とし，グラフ G は x 軸より上側にあるものとする．

グラフ G が点 $(-2,\ 2)$ を通るとする．グラフ G が表す放物線の頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}a,\ \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}a^2+\boxed{\text{キ}}a-\boxed{\text{ク}}\right)$$

となる．グラフ G が x 軸より上側にあるので，a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ケ}}<a<\boxed{\text{コサ}}$$

である．

さらに，関数 $y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に -2，y 軸方向に k だけ平行移動したグラフを H とする．グラフ H がグラフ G に重なるのは

$$a=\boxed{\text{シ}},\ b=\boxed{\text{スセ}},\ k=\boxed{\text{ソ}}$$

のときである．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　2次関数

$$y = ax^2 + bx - a^2 + 12a + 12$$

は $x=4$ で最大値をとるものとし，そのグラフを C とする．このとき

$$b = -\boxed{\text{ア}}\,a$$

が成り立つ．

(1)　この2次関数の最大値が7となるとき

$$a = \boxed{\text{イウ}}$$

である．このとき，グラフ C が x 軸と交わる2点と，C が表す放物線の頂点で作られる三角形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である．

(2)　グラフ C が点 $(3,\ 8)$ を通るとき

$$a = -\boxed{\text{ク}}$$

である．このとき，C を y 軸に関して対称移動したグラフは，頂点の座標が$\left(\boxed{\text{ケコ}},\ \boxed{\text{サシ}}\right)$の放物線である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　a を $0<a<4$ を満たす定数とする．$0<t\leqq a$ のとき，O を原点とする座標平面上に 2 点 P$(t,\ 0)$，Q$(0,\ 4-t)$ をとる．

次に，点 P を通る傾き 1 の直線上の点で，その x 座標が a であるような点 R をとる．点 Q，R を通る直線の傾きは

$$\frac{a-\boxed{\text{ア}}}{a}$$

である．

線分 QR 上の点でその x 座標が $\dfrac{t}{4}$ であるものを T とすれば，T の y 座標は

$$\boxed{\text{イ}}-\frac{\boxed{\text{ウ}}\,a+4}{\boxed{\text{エ}}\,a}t$$

である．

y 軸上に点 H$\left(0,\ \boxed{\text{イ}}-\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\,a+4}{\boxed{\text{エ}}\,a}t\right)$ をとる．台形 OPTH の面積を S とすれば

$$S=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}t\left(\boxed{\text{イ}}-\frac{\boxed{\text{ウ}}\,a+4}{\boxed{\text{エ}}\,a}t\right)$$

であり，t の 2 次関数となる．

(1)　$a=1$ とする．$0<t\leqq 1$ における S の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である．

(2)　$a=2$ とする．

$0<t\leqq 2$ において，S は $t=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ で最大値 $\boxed{\text{ス}}$ をとり，また $S\geqq\dfrac{15}{8}$ を満たす t の値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\leqq t\leqq\boxed{\text{タ}}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　2次関数

【CHECK & UP】

1　[1]　(1)　$y=-(x^2-ax)+a^2=-\left\{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}\right\}+a^2=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+a^2$ より

頂点の座標は $\left(\boldsymbol{\frac{a}{2}},\ \boldsymbol{\frac{5}{4}a^2}\right)$

些細なミスも命取り．マークに埋まらないならまだしも埋まったときには致命傷となる．

(2)　$y=(x+3a+1)^2-(3a+1)^2+3a+4=(x+3a+1)^2-9a^2-3a+3$ より

頂点の座標は $(\boldsymbol{-3a-1},\ \boldsymbol{-9a^2-3a+3})$

(3)　$f(x)=\{x-(2a+1)\}^2-(2a+1)^2+5a^2+7a-2=\{x-(2a+1)\}^2+a^2+3a-3$

頂点の座標は $(\boldsymbol{2a+1},\ \boldsymbol{a^2+3a-3})$

$y=f(x)$ のグラフが x 軸と 2 点で交わるのは，頂点の y 座標が負のとき．

$f(x)=0$ において判別式 $D>0$ が一般的であるが，センターの問題の流れ上，頂点の y 座標を使うことが多い．

ゆえに　$a^2+3a-3<0$ より　$\boldsymbol{\frac{-3-\sqrt{21}}{2}<a<\frac{-3+\sqrt{21}}{2}}$

[2]　(1)　$y=2x^2-3x+2=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{8}$ より頂点の座標は $\left(\frac{3}{4},\ \frac{7}{8}\right)$

よって，x 軸方向に 1，y 軸方向に -4 平行移動すると頂点は $\left(\frac{7}{4},\ -\frac{25}{8}\right)$ へ移動する．

ゆえに，求める放物線の式は　$\boldsymbol{y=2\left(x-\frac{7}{4}\right)^2-\frac{25}{8}}$　（ $=2x^2-7x+3$ ）

（別解：$y+4=2(x-1)^2-3(x-1)+2$ より　$y=2x^2-7x+3$ ）

放物線の移動
＝頂点の移動
x^2 の係数に注意．

(2)　(B)のグラフを平行移動すると(A)のグラフに重なるので，$\boldsymbol{a=1}$

このとき(A)は $y=x^2+2x+7=(x+1)^2+6$ となり，頂点の座標は $(-1,\ 6)$ である．題意より(A)のグラフを x 軸方向へ -1，y 軸方向へ $-p$ 平行移動すると(B)のグラフに重なる．この移動により頂点は $(-2,\ 6-p)$ に移動し，移動後の式は $y=(x+2)^2+6-p=x^2+4x+10-p$ となる．これを(B)の式と係数比較して

$\boldsymbol{b=4,\ p=8}$

2　(1)　$y=ax^2-(5a+2)x+b$ に $x=2$，$y=1$ を代入すると，$1=4a-2(5a+2)+b$

よって　$\boldsymbol{b=6a+5}$

(2)　C の式は $y=ax^2-(5a+2)x+6a+5=a\left(x-\frac{5a+2}{2a}\right)^2-\frac{(5a+2)^2}{4a}+6a+5$

よって，頂点の座標は $\left(\frac{5a+2}{2a},\ \frac{-a^2-4}{4a}\right)$ である．

これが直線 $y=-x+2$ 上にあるので，$\frac{-a^2-4}{4a}=-\frac{5a+2}{2a}+2$

$-a^2-4=-2(5a+2)+8a$　　$a^2-2a=0$

$a\neq 0$ より　$\boldsymbol{a=2}$　　このとき　$\boldsymbol{b=17}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 (1) $y=2x^2-ax+a-1=2\left(x-\dfrac{a}{4}\right)^2-\dfrac{a^2}{8}+a-1$

よって頂点の座標は $\left(\boldsymbol{\dfrac{a}{4},\ -\dfrac{a^2}{8}+a-1}\right)$

(2) $f(x)=2x^2-ax+a-1$ とおく．

C が x 軸の $-1<x<1$ の部分で異なる2点で

交わるための条件は

$f(-1)>0$ ……①

$f(1)>0$ ……②

$-1<$ 軸 <1 ……③

頂点の y 座標 <0 ……④　をすべて満たすことである．

いわゆる「解の配置」「解の存在範囲」と呼ばれるジャンルである．
「端点の y 座標の符号」
に細心の注意を払うこと．
あとは必要に応じて
「軸が範囲内」
「頂点の y 座標 <0」
を利用する．

①より　$f(-1)=2a+1>0$　よって　$a>-\dfrac{1}{2}$　　②より　$f(1)=1>0$

③より　$-1<\dfrac{a}{4}<1$　よって　$-4<a<4$

④より　$-\dfrac{a^2}{8}+a-1<0$　　$a^2-8a+8>0$　よって　$a<4-2\sqrt{2}$，$4+2\sqrt{2}<a$

以上より，求める a の範囲は　$\boldsymbol{-\dfrac{1}{2}<a<4-2\sqrt{2}}$

4 [1]　$f(x)=-x^2+2x+a=-(x-1)^2+1+a$　とおくと

グラフは上に凸であり，グラフの軸は $x=1$ である．

よって，$f(1)=1+a$ のとき最大値4をとるので，$\boldsymbol{a=3}$

$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最小値は $f(3)=a-3$ であるから，最小値は **0**

[2]　$f(x)=x^2-ax+1=\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}+1$ とおくと，グラフは下に凸，軸は $x=\dfrac{a}{2}$

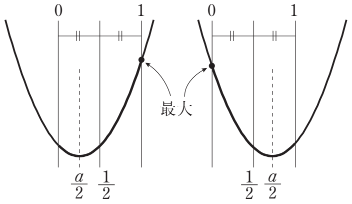
(1)　$0\leqq x\leqq 1$ における最大値 M を考える．変域の中央は $x=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{a}{2}\leqq\dfrac{1}{2}$ つまり $a\leqq 1$ のとき　最大値は $f(1)=-a+2$

$\dfrac{1}{2}\leqq\dfrac{a}{2}$ つまり $1\leqq a$ のとき　最大値は $f(0)=1$

よって，$\boldsymbol{M=\begin{cases}-a+2 & (a\leqq 1)\\ 1 & (a\geqq 1)\end{cases}}$

下に凸の放物線の最大値は「変域の中央」より軸が右か左かで分けられる．軸が変域に含まれるか否かとは無関係である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　$0 \leqq x \leqq 1$ における最小値 m を考える．

下に凸の放物線の最小値は軸が変域に含まれるか否かが分かれ目である．含まれないときは，グラフの軸は変域より左か右かにある．このとき頂点は変域に含まれない．

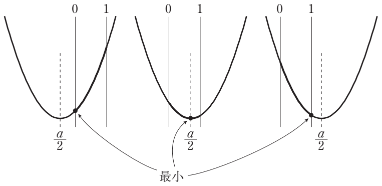
$\dfrac{a}{2} \leqq 0$　つまり　$a \leqq 0$ のとき　最小値は $f(0)=1$

$0 \leqq \dfrac{a}{2} \leqq 1$　つまり　$0 \leqq a \leqq 2$ のとき

最小値は $f\left(\dfrac{a}{2}\right)=-\dfrac{a^2}{4}+1$

$1 \leqq \dfrac{a}{2}$　つまり　$2 \leqq a$ のとき　最小値は $f(1)=-a+2$

よって，$\boldsymbol{m}=\begin{cases} \boldsymbol{1} & (\boldsymbol{a} \leqq \boldsymbol{0}) \\ -\dfrac{\boldsymbol{a}^2}{\boldsymbol{4}}+\boldsymbol{1} & (\boldsymbol{0} \leqq \boldsymbol{a} \leqq \boldsymbol{2}) \\ -\boldsymbol{a}+\boldsymbol{2} & (\boldsymbol{2} \leqq \boldsymbol{a}) \end{cases}$



(3)　$0 \leqq a \leqq 1$ のとき　最大値 $M=-a+2$　　最小値 $m=-\dfrac{a^2}{4}+1$ であることから

$M-m=\dfrac{1}{2}$ より　$-a+2-\left(-\dfrac{a^2}{4}+1\right)=\dfrac{1}{2}$　　$a^2-4a+2=0$

$0 \leqq a \leqq 1$ より　$\boldsymbol{a=2-\sqrt{2}}$

センター試験では時間の制約上，このようにパラメータに制限がつくことがある．最大値や最小値を出すときは，パラメータのもつ変域に常に注意し，余計な場合分けをあらかじめ排除するよう心がけよう．

【講義問題　解答例】　※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1

［1］(1)　題意より $y=2x^2$ のグラフを「x 軸方向に 1，y 軸方向に -3 平行移動」……①し，さらにそれを「x 軸に関して対称移動」……②　すると $y=ax^2+bx+c$ のグラフに重なる．

①の移動により $y=2x^2$ の頂点 $(0,\ 0)$ は，$(1,\ -3)$ へ移動し，さらに②の移動により $(1,\ 3)$ へ移動する．また②の移動の際，下に凸から上に凸のグラフに変化し，x^2 の係数は 2 から -2 となる．

よって，$y=ax^2+bx+c$ の式は $y=-2(x-1)^2+3=-2x^2+4x+1$ と一致する．

係数を比較して　$\boldsymbol{a=-2}$，$\boldsymbol{b=4}$，$\boldsymbol{c=1}$　が得られる．

(2)　$y=px^2+qx+r$　……①　の頂点が $(3,\ -8)$ であることより，

①は　$y=p(x-3)^2-8=px^2-6px+9p-8$　と表すことができる．

係数比較して $q=-6p$，$r=9p-8$　……②　が得られる．

また，$y<0$ となる x の範囲が $k<x<k+4$ であることより

①は　$y=p(x-k)\{x-(k+4)\}=px^2-p(2k+4)x+pk(k+4)$　と表すことができる．

係数比較して $q=-p(2k+4)$，$r=pk(k+4)$　……③　が得られる．

②，③より $-p(2k+4)=-6p$　……④　　$pk(k+4)=9p-8$　……⑤

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$p \neq 0$ より，④から　$2k+4=6$　　$k=\mathbf{1}$

このとき⑤より　$p \cdot 1 \cdot 5 = 9p-8$　　$p=\mathbf{2}$

［2］（1）$C_1 : y=-2x^2-4x+a=-2(x+1)^2+2+a$ より　C_1 の頂点の座標は $(\mathbf{-1},\ \boldsymbol{a}+\mathbf{2})$

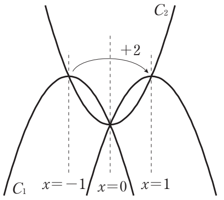
（2）頂点 $(-1,\ a+2)$ が $C_2 : y=(3b^2-8b-3)x^2+5$ 上にあるので，代入して

$a+2=3b^2-8b-3+5$　　ゆえに　$a=\mathbf{3}b^{\mathbf{2}}-\mathbf{8}b$

このとき C_1 の頂点は C_2 上にあり，また C_1，C_2 の軸はそれぞれ

$x=-1$，$x=0$ である．

よって，C_1 を x 軸方向に平行移動して再び C_1 の頂点が C_2 上にあるのは，C_1 を x 軸方向に $\mathbf{2}$ 平行移動したときである．



2

［1］　$C : y=3x^2-ax-a-b=3\left(x-\dfrac{a}{6}\right)^2-\dfrac{a^2}{12}-a-b$　より

頂点の座標は $\left(\dfrac{a}{6},\ -\dfrac{a^2}{12}-a-b\right)$　軸の方程式は $x=\dfrac{a}{\mathbf{6}}$ であり，グラフは下に凸である．

このグラフが x 軸と異なる 2 つの共有点をもつのは頂点の y 座標が負のときである．

よって　$-\dfrac{a^2}{12}-a-b<0$　　ゆえに　$b>-\dfrac{a^2}{12}-a=-\dfrac{a^2+\mathbf{12}a}{\mathbf{12}}$

グラフ C と x 軸とが 2 つの共有点をもち，その 1 つの x 座標が 1 であるとき，

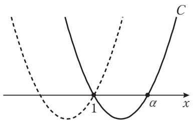
C は点 $(1,\ 0)$ を通るので，$3-a-a-b=0$　　ゆえに　$b=\mathbf{-2}a+\mathbf{3}$

このとき $C : y=3x^2-ax+a-3$

C と x 軸との 2 つの共有点の x 座標のうち，1 でないものを α とすると

$3x^2-ax+a-3=0$ の 2 解が 1 と α であることより，

解と係数の関係から　$1+\alpha=\dfrac{a}{3}$　　ゆえに　$\alpha=\dfrac{a}{3}-1=\dfrac{a-\mathbf{3}}{\mathbf{3}}$



α が区間 $-1 \leqq x \leqq 0$ に含まれるとき　$-1 \leqq \dfrac{a-3}{3} \leqq 0$　　$-3 \leqq a-3 \leqq 0$

ゆえに　$\mathbf{0} \leqq a \leqq \mathbf{3}$

このとき，C の頂点の y 座標　$-\dfrac{a^2}{12}-a-b=-\dfrac{a^2}{12}+a-3=-\dfrac{1}{12}(a-6)^2$　は

$a=3$ のとき最大値 $-\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$ をとる．

［2］　$C : y=x^2+2(a-1)x=(x+a-1)^2-(a-1)^2$ より頂点の座標は $(\mathbf{-}a\mathbf{+1},\ \mathbf{-}(a\mathbf{-1})^{\mathbf{2}})$

C の $-1 \leqq x \leqq 1$ における最小値について，最小値が頂点の y 座標 $-(a-1)^2$ となるのは

グラフの軸 $x=-a+1$ が $-1 \leqq x \leqq 1$ に含まれるときであり，

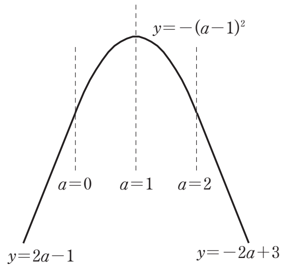
それは　$-1 \leqq -a+1 \leqq 1$　　$-2 \leqq -a \leqq 0$　より　　$\mathbf{0} \leqq a \leqq \mathbf{2}$ のときである．

a が増加するとグラフは左方向に移動し，a が減少するとグラフは右方向へ移動するので，$a>2$ ならば，最小値は変域の左端 $x=-1$ でとり，その値は $\mathbf{-2}a\mathbf{+3}$ となり，

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$a<0$ ならば，最小値は変域の右端 $x=1$ でとり，その値は $\mathbf{2}a\mathbf{-1}$ となる.
また，この最小値を a の関数と考えたとき，
右のグラフより最大となるのは $a=\mathbf{1}$ のときである.



3 G_1：$y=3x^2-2x-1=3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{4}{3}$　より，頂点の座標は $\left(\dfrac{1}{3},\ -\dfrac{4}{3}\right)$

G_2：$y=x^2+2ax+b=(x+a)^2-a^2+b$　より，頂点の座標は $(-a,\ -a^2+b)$

G_2 の頂点が G_1 上にあるとき，$-a^2+b=3a^2+2a-1$　ゆえに　$b=\mathbf{4}a^2\mathbf{+2}a\mathbf{-1}$

このとき，G_2 の頂点の座標は $(-a,\ \mathbf{3}a^2\mathbf{+2}a\mathbf{-1})$ である.

(1)　G_2 の頂点の y 座標 $3a^2+2a-1=3\left(a+\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{4}{3}$ は $a=\mathbf{-\dfrac{1}{3}}$ のとき最小値 $\mathbf{-\dfrac{4}{3}}$ をとる.

$a=-\dfrac{1}{3}$ のとき G_2 の軸は $x=-a=\mathbf{\dfrac{1}{3}}$ であり，

G_2：$y=\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{4}{3}$ と x 軸との交点の x 座標は，この式に $y=0$ を代入して

$$0=\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{4}{3}\qquad \left(x-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{4}{3}\qquad x-\frac{1}{3}=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$$

ゆえに　$x=\mathbf{\dfrac{1\pm2\sqrt{3}}{3}}$ である.

(2)　G_2 が点 $(0,\ 5)$ を通るとき，G_2 の y 切片が 5 より $b=5$ である.
すなわち　$4a^2+2a-1=5$　　$2a^2+a-3=0$　　$(2a+3)(a-1)=0$

ゆえに　$a=\mathbf{1}$，$\mathbf{-\dfrac{3}{2}}$

$a=1$ のとき，G_2 の頂点は $(-1,\ 4)$ である.
G_2 を x 軸方向，y 軸方向にともに k だけ平行移動すると，その頂点は
$(-1+k,\ 4+k)$ へ移動する．これが G_1 上にあるとき，G_1 の式に代入して

$$4+k=3(k-1)^2-2(k-1)-1\qquad k^2-3k=0\qquad k(k-3)=0\qquad k\neq0 \text{ より } k=3$$

よって，ともに **3** だけ平行移動すれば題意を満たす.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

練習問題解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　2次関数

※この練習問題の解答は，センター試験において正解をマークするための「必要最低限」の解答です．
よって，途中計算やプロセスをすべて記したものではありませんが，計算のポイントとなる部分については詳細に記してある部分もあります．試験の本番にこれらをきっちりすべて記述する必要はありません．
限られたスペースと時間の中で，自分にとって必要なものを計算して残す練習をしてください．

1　$G: y=2x^2+ax+b$ が点 $(-2,\ 2)$ を通るので，$x=-2$，$y=2$ を代入して

$2=8-2a+b$　　よって　$b=2a-6$

ゆえに　$y=2x^2+ax+b=2\left(x+\dfrac{a}{4}\right)^2-\dfrac{a^2}{8}+b$ の頂点の座標を a で表すと

$\left(-\dfrac{1}{4}a,\ -\dfrac{1}{8}a^2+2a-6\right)$

下に凸の放物線 G が x 軸より上側にあるので，(頂点の y 座標)>0

よって　$-\dfrac{1}{8}a^2+2a-6>0$　　$a^2-16a+48<0$　　ゆえに　$\mathbf{4}<a<\mathbf{12}$

さらに，関数 $y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に -2，y 軸方向に k だけ平行移動したグラフ H の頂点の座標は $(-2,\ k)$ である．これが G の頂点と一致するのは

$-2=-\dfrac{1}{4}a$　かつ　$k=-\dfrac{1}{8}a^2+2a-6$　　よって　$a=\mathbf{8}$，$b=\mathbf{10}$，$k=\mathbf{2}$ である．

2　$C: y=ax^2+bx-a^2+12a+12=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2}{4a}-a^2+12a+12$ が最大値をもつので，

C は上に凸．つまり $a<0$ である．このとき頂点の y 座標が最大値である．

$x=4$ で最大値をとるので　$-\dfrac{b}{2a}=4$　　ゆえに　$b=-8a$ である．

よって，グラフ C の式は　$y=ax^2-8ax-a^2+12a+12$　……①　であり，

頂点の y 座標は $-16a-a^2+12a+12=-a^2-4a+12$ である．

(1)　最大値が7となるので　$-a^2-4a+12=7$　　つまり　$a^2+4a-5=0$

$a<0$ より　$a=\mathbf{-5}$ であり，このとき，頂点の座標は $(4,\ 7)$ である．

また，$C: y=-5(x-4)^2+7$ が x 軸と交わる2点の x 座標は，

$0=-5(x-4)^2+7$　　$(x-4)^2=\dfrac{7}{5}$　　$x-4=\pm\dfrac{\sqrt{35}}{5}$　　よって　$x=4\pm\dfrac{\sqrt{35}}{5}$

C が x 軸から切り取る線分の長さは　$\left(4+\dfrac{\sqrt{35}}{5}\right)-\left(4-\dfrac{\sqrt{35}}{5}\right)=\dfrac{2\sqrt{35}}{5}$

ゆえに，求める三角形の面積は　$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\sqrt{35}}{5}\cdot 7=\dfrac{\mathbf{7\sqrt{35}}}{\mathbf{5}}$　である．

(2)　C が点 $(3,\ 8)$ を通るとき，①に，$x=3$，$y=8$ を代入して

$8=9a-24a-a^2+12a+12$　　$a^2+3a-4=0$　　$a<0$ より　$a=-4$

このとき C の頂点の座標は $(4,\ 12)$ であり，C を y 軸に関して対称移動したグラフの頂点の座標は $(\mathbf{-4},\ \mathbf{12})$ である．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　P$(t,\ 0)$ を通る傾き 1 の直線の式は　$y=1\cdot(x-t)+0$

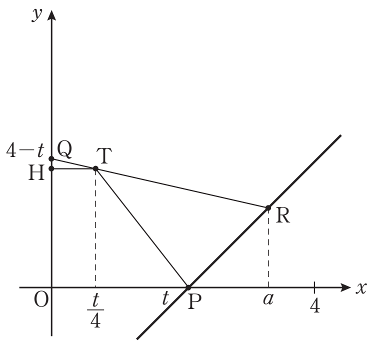
つまり　$y=x-t$　　よって　R$(a,\ a-t)$

Q$(0,\ 4-t)$，R$(a,\ a-t)$ を通る直線の傾きは

$\dfrac{(a-t)-(4-t)}{a}=\dfrac{a-4}{a}$ であり，直線の方程式は

$y=\dfrac{a-4}{a}x+4-t$ であるので，T の y 座標は

$$y=\frac{a-4}{a}\cdot\frac{t}{4}+4-t=4-\frac{3a+4}{4a}t$$



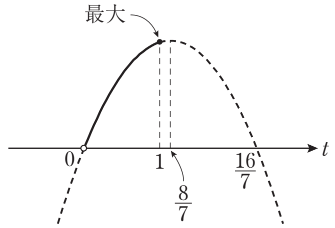
台形 OPTH の面積 S は

$$S=\frac{1}{2}\left(\frac{t}{4}+t\right)\cdot\left(4-\frac{3a+4}{4a}t\right)=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}t\left(4-\frac{3a+4}{4a}t\right) \text{ である．}$$

(1)　$a=1$ のとき　$S=\dfrac{5}{8}t\left(-\dfrac{7}{4}t+4\right)$　　よって，軸は　$t=\dfrac{8}{7}$

$0<t\leqq 1$ において，$t=1$ で S は最大値

$\dfrac{5}{8}\cdot\left(-\dfrac{7}{4}+4\right)=\dfrac{\mathbf{45}}{\mathbf{32}}$　をとる．



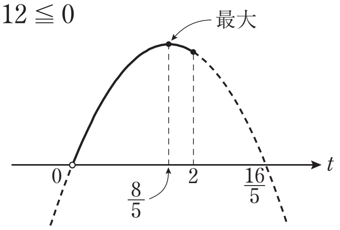
(2)　$a=2$ のとき　$S=\dfrac{5}{8}t\left(-\dfrac{5}{4}t+4\right)$　　よって，軸は　$t=\dfrac{8}{5}$

$0<t\leqq 2$ において，$t=\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}}$ で S は最大値

$S=\dfrac{5}{8}\cdot\dfrac{8}{5}\cdot\left(-\dfrac{5}{4}\cdot\dfrac{8}{5}+4\right)=\mathbf{2}$　をとる．

また，$S\geqq\dfrac{15}{8}$ より　$\dfrac{5}{8}t\left(-\dfrac{5}{4}t+4\right)\geqq\dfrac{15}{8}$　　$5t^2-16t+12\leqq 0$

ゆえに　$\dfrac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}\leqq t\leqq \mathbf{2}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。